# सीधा और प्रतिलोम समानुपात

इस अध्याय के सभी महत्वपूर्ण प्रश्न – उत्तर सहित। पहले खुद हल करने की कोशिश करो, फिर उत्तर मिलाओ।

## अभ्यास प्रश्न-उत्तर (हर टॉपिक से)

### » परिचय: राशियों में परिवर्तन

**प्रश्न 1 (आसान). अगर तुम ज़्यादा बिस्कुट खरीदोगे, तो तुम्हें ज़्यादा पैसे देने होंगे या कम?**
उत्तर – ज़्यादा पैसे देने होंगे।

**प्रश्न 2 (आसान). अगर तुम्हारी दादी ज़्यादा ऊन से स्वेटर बना रही हैं, तो स्वेटर का आकार छोटा बनेगा या बड़ा?**
उत्तर – बड़ा बनेगा।

**प्रश्न 3 (मध्यम). एक गाड़ी जितनी तेज़ चलेगी, उसे एक ही दूरी तय करने में ज़्यादा समय लगेगा या कम?**
उत्तर – कम समय लगेगा।

**प्रश्न 4 (कठिन). जितने ज़्यादा मज़दूर एक दीवार बनाएंगे, उस दीवार को बनाने में लगने वाला कुल समय ज़्यादा होगा या कम?**
उत्तर – कम होगा।

### » सीधा समानुपात क्या है?

**प्रश्न 5 (आसान). अगर 10 पेन का मूल्य 120 रुपये है, तो 5 पेन का मूल्य कितना होगा?**
उत्तर – 60 रुपये

**प्रश्न 6 (आसान). एक मज़दूर 4 दिन में 80 ईंटें लगाता है। 1 दिन में वह कितनी ईंटें लगाएगा?**
उत्तर – 20 ईंटें

**प्रश्न 7 (मध्यम). एक ट्रेन 30 मिनट में 45 किलोमीटर चलती है। तो 2 घंटे में वह कितनी दूरी तय करेगी?**
उत्तर – 180 किलोमीटर

**प्रश्न 8 (कठिन). एक किसान को 5 एकड़ खेत जोतने में 15 घंटे लगते हैं। अगर उसे 8 एकड़ खेत जोतना हो, तो कितना समय लगेगा?**
उत्तर – 24 घंटे

### » सीधा समानुपात की पहचान और गुणधर्म

**प्रश्न 9 (आसान). अगर 3 किताबों का मूल्य ₹90 है, तो 1 किताब का मूल्य क्या होगा? क्या किताब की संख्या और मूल्य सीधा समानुपात में हैं?**
उत्तर – 1 किताब का मूल्य ₹30 होगा। हाँ, ये सीधा समानुपात में हैं।

**प्रश्न 10 (आसान). एक दुकानदार 5 चॉकलेट ₹25 में बेचता है। 10 चॉकलेट का मूल्य क्या होगा? x/y का अनुपात ज्ञात कीजिए।**
उत्तर – 10 चॉकलेट का मूल्य ₹50 होगा। x/y = 5/25 = 1/5 या 10/50 = 1/5।

**प्रश्न 11 (मध्यम). एक मशीन 8 मिनट में 400 पन्ने प्रिंट करती है। 12 मिनट में वह कितने पन्ने प्रिंट करेगी, यदि यह सीधा समानुपात है?**
उत्तर – मशीन 12 मिनट में 600 पन्ने प्रिंट करेगी।

**प्रश्न 12 (कठिन). एक बेकर 3 दर्जन (36) बिस्कुट बनाने के लिए 400 ग्राम आटे का उपयोग करता है। यदि उसे 9 दर्जन बिस्कुट बनाने हों, तो उसे कितने आटे की आवश्यकता होगी? इस स्थिति में k का मान क्या है?**
उत्तर – उसे 1200 ग्राम (1.2 किलोग्राम) आटे की आवश्यकता होगी। k = 36 बिस्कुट / 400 ग्राम = 0.09 बिस्कुट/ग्राम (या 400 ग्राम / 36 बिस्कुट = 11.11 ग्राम/बिस्कुट)।

### » सीधा समानुपात पर आधारित समस्याओं को हल करना

**प्रश्न 13 (आसान). अगर 3 पेंसिल का मूल्य 15 रुपये है, तो 6 पेंसिल का मूल्य क्या होगा?**
उत्तर – 30 रुपये

**प्रश्न 14 (आसान). एक गाड़ी 2 घंटे में 100 km चलती है, तो 1 घंटे में कितनी चलेगी?**
उत्तर – 50 km

**प्रश्न 15 (मध्यम). 14 मीटर ऊंचे एक खंभे की छाया 10 मीटर है। उसी समय एक पेड़ की छाया 15 मीटर है। पेड़ की ऊंचाई क्या होगी?**
उत्तर – 21 मीटर

**प्रश्न 16 (कठिन). एक ट्रेन 75 km/h की एकसमान चाल से चल रही है। (i) वह 40 मिनट में कितनी दूरी तय करेगी? (ii) 300 km की दूरी तय करने में कतिना समय लेगी?**
उत्तर – (i) 50 km, (ii) 4 घंटे

### » मानचित्र और सीधा समानुपात

**प्रश्न 17 (आसान). यदि एक मैप पर 1 सेमी = 5 किमी है, तो मैप पर 4 सेमी की दूरी वास्तविक में कितनी होगी?**
उत्तर – 20 किमी

**प्रश्न 18 (आसान). अगर दो शहर असल में 100 किमी दूर हैं और मैप का पैमाना 1 सेमी = 25 किमी है, तो मैप पर वे कितने दूर दिखेंगे?**
उत्तर – 4 सेमी

**प्रश्न 19 (मध्यम). एक मैप का पैमाना 1:2,00,000 है। यदि दो गाँव मैप पर 5.5 सेमी दूर हैं, तो उनकी वास्तविक दूरी मीटर में ज्ञात कीजिए।**
उत्तर – 11000 मीटर (या 11 किमी)

**प्रश्न 20 (कठिन). रश्मि के पास एक सड़क का मानचित्र है, जिसके पैमाने में 1 सेमी की दूरी 18 किमी निरूपित करती है। वह उस सड़क पर अपनी गाड़ी से 72 किमी की दूरी तय करती है। उसके द्वारा तय की गई दूरी मानचित्र में क्या होगी?**
उत्तर – 4 सेमी

### » प्रतिलोम अनुपात क्या है?

**प्रश्न 21 (आसान). अगर 3 मज़दूर एक गड्ढा खोदने में 6 घंटे लेते हैं, तो 1 मज़दूर को कितना समय लगेगा?**
उत्तर – 18 घंटे

**प्रश्न 22 (आसान). एक गाड़ी 60 km/h की चाल से 2 घंटे में एक दूरी तय करती है। अगर चाल 30 km/h हो जाए, तो कितना समय लगेगा?**
उत्तर – 4 घंटे

**प्रश्न 23 (मध्यम). एक काम को 10 लोग 8 दिन में पूरा करते हैं। यदि 5 लोग और आ जाएँ, तो काम कितने दिन में पूरा होगा?**
उत्तर – 5.33 दिन (लगभग)

**प्रश्न 24 (कठिन). एक स्कूल बस 40 km/h की चाल से 6 घंटे में एक शहर पहुँचती है। यदि उसे 5 घंटे में पहुँचना हो, तो उसकी चाल क्या होनी चाहिए?**

उत्तर – 48 km/h

### » प्रतिलोम अनुपात की पहचान और गुणधर्म

**प्रश्न 25 (आसान). क्या बच्चों की संख्या और उन्हें बराबर बांटने पर मिलने वाली टॉफियों की संख्या प्रतिलोम अनुपात में है?**

उत्तर – हाँ, प्रतिलोम अनुपात में है।

**प्रश्न 26 (आसान). अगर x = 10, y = 5 और xy = 50 है। अगर x = 25 हो जाए तो y का मान क्या होगा?**

उत्तर – y = 2

**प्रश्न 27 (मध्यम). एक काम को 4 आदमी 12 दिन में करते हैं। अगर उसी काम को 6 आदमी करें तो कितने दिन लगेंगे?**

उत्तर – 8 दिन

**प्रश्न 28 (कठिन). एक हॉस्टल में 50 विद्यार्थियों के लिए 20 दिन का राशन है। यदि 25 विद्यार्थी और आ जाएँ, तो वही राशन कितने दिन चलेगा?**

उत्तर – 13.33 दिन (लगभग 13 दिन 8 घंटे)

### » प्रतिलोम अनुपात पर आधारित समस्याओं को हल करना

**प्रश्न 29 (आसान). अगर 20 गायें एक खेत का घास 10 दिन में खाती हैं, तो 40 गायें कितने दिन में खाएंगी?**

उत्तर – 5 दिन

**प्रश्न 30 (आसान). एक काम को 6 लोग 8 दिन में करते हैं। अगर 12 लोग उसी काम को करें तो कितने दिन लगेंगे?**

उत्तर – 4 दिन

**प्रश्न 31 (मध्यम). एक टंकी को 1 घंटे 20 मिनट (यानी 80 मिनट) में भरने के लिए 6 पाइप लगते हैं। अगर उसी तरह के 5 पाइप हों, तो टंकी को भरने में कितना समय लगेगा?**

उत्तर – 96 मिनट या 1 घंटा 36 मिनट

**प्रश्न 32 (कठिन). एक हॉस्टल में 100 विद्यार्थी हैं और उनके भोजन की सामग्री 20 दिन के लिए पर्याप्त है। यदि इस समूह में 25 विद्यार्थी और आ जाएँ, तो यह भोजन सामग्री कितने दिन चलेगी?**

उत्तर – 16 दिन

## हल किए हुए उदाहरण (step-by-step)

**उदाहरण 1. एक किसान को अपने खेत जोतने के लिए 4 ट्रैक्टर चाहिए। अगर उसे ज़्यादा खेत जोतने हों, तो उसे क्या करना होगा?**

› पहला कदम यह है कि हम देखें कि 'खेत का आकार' और 'ट्रैक्टरों की संख्या' में क्या संबंध है।

› अगर खेत का आकार बढ़ता है, तो उसे जोतने के लिए ज़्यादा मशीनें या व्यक्ति चाहिए होंगे।

› इसलिए, अगर किसान को ज़्यादा खेत जोतने हैं, तो उसे ज़्यादा ट्रैक्टरों की ज़रूरत होगी।

**उत्तर – किसान को ज़्यादा ट्रैक्टरों की ज़रूरत होगी।**

**उदाहरण 2. अगर एक कार 2 घंटे में 100 किलोमीटर चलती है, तो उसी गति से वह 5 घंटे में कितनी दूरी तय करेगी?**

› यहाँ समय और तय की गई दूरी सीधा समानुपात में हैं, क्योंकि ज़्यादा समय में ज़्यादा दूरी तय होगी।

› हम इसे सूत्र x1/y1 = x2/y2 से हल कर सकते हैं। यहाँ x1 = 2 घंटे, y1 = 100 किलोमीटर, x2 = 5 घंटे और y2 हमें निकालना है।

› तो, 2/100 = 5/y2

› y2 को निकालने के लिए क्रॉस-मल्टीप्लाई करेंगे: 2 * y2 = 5 * 100

› 2 * y2 = 500

› y2 = 500 / 2

**उत्तर – y2 = 250 किलोमीटर। यानी, कार 5 घंटे में 250 किलोमीटर दूरी तय करेगी।**

**उदाहरण 3. एक कार 2 घंटे में 90 किलोमीटर चलती है। यदि वह इसी गति से चले, तो 5 घंटे में कितनी दूरी तय करेगी? क्या तय की गई दूरी और समय सीधा समानुपात में हैं?**

› पहला चरण: दी गई जानकारी लिखें। समय (t1) = 2 घंटे, दूरी (d1) = 90 किलोमीटर।

› दूसरा चरण: हमें पता है कि सीधा समानुपात में d/t = k होता है। तो पहले मामले में k का मान निकालते हैं: k = 90 किमी / 2 घंटे = 45 किमी/घंटा।

› तीसरा चरण: अब दूसरे मामले के लिए: समय (t2) = 5 घंटे, दूरी (d2) हमें ज्ञात करनी है। क्योंकि यह सीधा समानुपात है, तो d2/t2 भी 45 किमी/घंटा ही होगा।

› चौथा चरण: समीकरण बनाते हैं: d2 / 5 घंटे = 45 किमी/घंटा।

› पांचवां चरण: d2 = 45 किमी/घंटा * 5 घंटे = 225 किलोमीटर।

**उत्तर – हाँ, तय की गई दूरी और समय सीधा समानुपात में हैं। कार 5 घंटे में 225 किलोमीटर दूरी तय करेगी।**

**उदाहरण 4. अगर 5 मीटर कपड़े का मूल्य 210 रुपये है, तो ऐसे ही 7 मीटर कपड़े का मूल्य क्या होगा?**

› पहला कदम: हमें दिया गया है कि 5 मीटर कपड़े का मूल्य 210 रुपये है। इसे हम x1 = 5 (मीटर) और y1 = 210 (रुपये) मान लेते हैं।

› दूसरा कदम: हमें 7 मीटर कपड़े का मूल्य निकालना है। तो यहाँ x2 = 7 (मीटर) है और y2 हमें ज्ञात करना है।

› तीसरा कदम: सीधा समानुपात का सूत्र इस्तेमाल करेंगे: x1/y1 = x2/y2।

› चौथा कदम: मानों को सूत्र में रखेंगे: 5/210 = 7/y2।

› पांचवा कदम: अब तिरछा गुणा (cross-multiplication) करेंगे: 5 * y2 = 7 * 210।

› छठा कदम: इसे हल करेंगे: 5 * y2 = 1470।

› सातवां कदम: y2 = 1470 / 5 = 294।

› अंतिम कदम: तो 7 मीटर कपड़े का मूल्य 294 रुपये होगा।

**उत्तर – 7 मीटर कपड़े का मूल्य 294 रुपये होगा।**

**उदाहरण 5. एक मानचित्र का पैमाना 1 : 5,00,00,000 है। यदि दो शहर मानचित्र पर 3 सेंटीमीटर की दूरी पर हैं, तो उनके बीच की वास्तविक दूरी क्या होगी?**

› दिया गया पैमाना = 1 : 5,00,00,000। इसका मतलब है, मानचित्र पर 1 सेमी वास्तविक में 5,00,00,000 सेमी के बराबर है।

› मानचित्र पर दूरी = 3 सेमी।

› हमें वास्तविक दूरी ज्ञात करनी है। मान लो वास्तविक दूरी 'y' सेमी है।

› सीधा समानुपात का नियम लगाएंगे: मानचित्र दूरी / वास्तविक दूरी = स्थिर मान।

› तो, 1 / 5,00,00,000 = 3 / y।

› अब y का मान निकालेंगे: y = 3 × 5,00,00,000 सेमी।

› y = 15,00,00,000 सेमी।

› अब इसे किलोमीटर में बदलेंगे (1 किलोमीटर = 1,00,000 सेमी):

› y = 15,00,00,000 / 1,00,000 कलिोमीटर।

› y = 1500 कलिोमीटर।

**उत्तर – वास्तविक दूरी 1500 किलोमीटर है।**

**उदाहरण 6. एक हॉस्टल में 100 छात्रों के लिए 20 दिन का खाना है। यदि 25 छात्र और आ जाएँ, तो अब वह खाना कितने दिन चलेगा?**

› यहाँ छात्रों की संख्या बढ़ने पर खाना कम दिन चलेगा, तो यह प्रतिलोम अनुपात है।
› पहले 100 छात्र थे, 20 दिन का खाना था। (x1 = 100, y1 = 20)
› अब 25 छात्र और आ गए, तो कुल छात्र = 100 + 25 = 125 छात्र। (x2 = 125)
› मान लेते हैं कि खाना 'y' दिन चलेगा। (y2 = y)
› प्रतिलोम अनुपात में, x1 * y1 = x2 * y2 होता है।
› तो, 100 * 20 = 125 * y
› 2000 = 125 * y
› y = 2000 / 125
› y = 16

**उत्तर – खाना 16 दिन चलेगा।**

**उदाहरण 7. मान लीजिए एक बस 60 किलोमीटर प्रति घंटा (km/hr) की चाल से 2 घंटे में एक शहर पहुँचती है। यदि वह 40 किलोमीटर प्रति घंटा की चाल से चले, तो उसे कितना समय लगेगा?**

› यहाँ चाल (speed) और समय (time) का संबंध प्रतिलोम अनुपात में है, क्योंकि चाल कम होगी तो समय ज़्यादा लगेगा।
› पहली स्थिति में: x1 (चाल) = 60 km/hr, y1 (समय) = 2 घंटे।
› दूसरी स्थिति में: x2 (चाल) = 40 km/hr, y2 (समय) = ?
› प्रतिलोम अनुपात का नियम है: x1y1 = x2y2
› मान रखते हैं: 60 x 2 = 40 x y2
› 120 = 40y2
› y2 = 120 / 40
› y2 = 3 घंटे

**उत्तर – बस को 3 घंटे लगेंगे।**

**उदाहरण 8. एक फैक्ट्री को 63 दिन में कुछ वस्तुएं बनाने के लिए 42 मशीनों की आवश्यकता होती है। उतनी ही वस्तुएं 54 दिन में बनाने के लिए कितनी मशीनों की आवश्यकता होगी?**

› पहचानें कि यह प्रतिलोम अनुपात है: दिन कम हुए हैं (63 से 54), तो मशीनों की संख्या बढ़नी चाहिए।
› पहला स्थिति (x1, y1): दिन = 63 (x1), मशीनें = 42 (y1)
› दूसरी स्थिति (x2, y2): दिन = 54 (x2), मशीनें = 'y' (y2)
› सूत्र लगाएं: x1 * y1 = x2 * y2
› मान रखें: 63 * 42 = 54 * y
› y के लिए हल करें: y = (63 * 42) / 54
› गणना करें: y = 2646 / 54 = 49

**उत्तर – उतनी ही वस्तुएं 54 दिन में बनाने के लिए 49 मशीनों की आवश्यकता होगी।**

## बोर्ड परीक्षा के लिए ख़ास

• यह अवधारणा सीधे तौर पर परीक्षा में नहीं पूछी जाती, पर यह पूरे पाठ का आधार है। इसे समझना ज़रूरी है ताकि आगे के कॉन्सेप्ट्स को अच्छे से समझ सको।

• सीधा समानुपात के सवालों में हमेशा x1/y1 = x2/y2 फॉर्मूला याद रखें, इससे कोई गलती नहीं होगी।

• बोर्ड परीक्षा में सीधा समानुपात से संबंधित सवाल अक्सर आते हैं, जहाँ आपको अज्ञात मान (unknown value) ज्ञात करना होता है। हमेशा x1/y1 = x2/y2 वाले सूत्र का प्रयोग करें; इससे कभी गलती नहीं होगी।

• बोर्ड परीक्षा में, ऐसे सवाल अक्सर आते हैं। मानों को सारणी (table) बनाकर लिखना और फिर सूत्र का सही से इस्तेमाल करना, पूरे अंक दिलाएगा। मात्रक (units) लिखना मत भूलना!

• मानचित्र और पैमाना वाले प्रश्न बोर्ड परीक्षा में अक्सर आते हैं, खासकर इकाई बदलने वाले सवाल। वास्तविक दूरी और मानचित्र दूरी को किलोमीटर से सेंटीमीटर या मीटर में बदलते समय ध्यान दें।

• बोर्ड परीक्षा में प्रतिलोम अनुपात के सवालों में हमेशा पहले यह पहचानना ज़रूरी है कि 'x' और 'y' राशियाँ कौन-सी हैं और उनके बीच सीधा या प्रतिलोम संबंध है। सही संबंध पहचानने पर ही आप सही सूत्र लगा पाएंगे।

• यह 'xy = k' वाला सूत्र बोर्ड परीक्षा के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। इस पर आधारित सवाल अक्सर पूछे जाते हैं, इसलिए इसे अच्छे से समझना और याद रखना।

• प्रतिलोम अनुपात के सवाल बोर्ड परीक्षा में अक्सर आते हैं। हमेशा पहले पहचानो कि यह सीधा है या प्रतिलोम, फिर सही सूत्र (x1y1 = x2y2) का प्रयोग करो।

## एक नज़र में रिवीज़न

› एक राशि बदलने पर दूसरी राशि में भी परिवर्तन।

› सीधा समानुपात: एक राशि बढ़े तो दूसरी भी बढ़े, x/y अचर।

› सीधा समानुपात: x/y = k (अचर), या x = ky।

› सीधा समानुपात समस्याओं में x1/y1 = x2/y2 सूत्र का उपयोग करें।

› मानचित्र पैमाना सीधा समानुपात दर्शाता है: मानचित्र दूरी / वास्तविक दूरी = स्थिर।

› एक राशि बढ़ने पर दूसरी घटे (x * y = k) - प्रतिलोम अनुपात।

› प्रतिलोम अनुपात में xy = k (अचर) रहता है।

› प्रतिलोम अनुपात: x1y1 = x2y2, एक बढ़ने पर दूसरा घटता है।